

ملخص بسيط في مادة الرياضيات



الرياضيات في ملخص بسيط في

اهداء

أهدي هذا العمل المتواضع إلى روح أبي الطاهرة
والى أرواح موتى المسلمين الطاهرين وكما اهديه
لطلبة النهائي وامتثال في طرق بسيطة في
فهم مادة الرياضيات التي تعد من ضمن المواد
التي ينفر منها بعض الطلبة ولعل هذه الطرق
تساعدك على تذوق مادة الرياضيات و أتمنى
لكم التوفيق والنجاح في

شهادة البكالوريا

هذا الملخص موجه للتلميذ وليس للأستاذ

لكم مني خالص التقدير والاحترام

الفهرس :

الدوال.....01

الهندسة الفضائية.....07

الأعداد المركبة.....11

المتتاليات العددية.....14

الاحتمالات.....18

ناجحون بإذن الله

الدوال

1. الدوال الأسية:

1. عفايس نناع النه ايات:

دير في بالك هذو الصوالج نناع النهايات صحيح

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \quad \left| \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0\right.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad \left| \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1\right.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$$

مثال:

ح.ع.ك $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - x + 1) = +\infty - \infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \left(1 - \frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x}\right) = +\infty$$

لان

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$$

ملاحظة بياننا:

كي نبيك حالة عدم التعيين اخرج e^x عاملا مشترك او اخرج x عاملا مشتركا في بعض الحالات

2. عفايس نناع ائك واصن:

- 1) $e^0 = 1$
- 2) $e^{\ln x} = x$
- 3) $e^x = 2$ يك افغ $x = \ln 2$
- 4) $e^x = -2$ مستحيل

3. الاشتقاق:

$$f(x) = e^{5x+1}$$

$$f'(x) = 5e^{5x+1}$$

$$g(x) = 2xe^{3x+1}$$

$$g'(x) = 2e^{3x+1} + 6xe^{3x+1}$$

$$g'(x) = (2 + 6x)e^{3x+1}$$

2. الدوال اللوغاريتمية:

1. عفايس نناع النه ايات:

دير في بالك هذو الصوالج نناع النهايات صحيح

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty \quad \left| \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0\right.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty \quad \left| \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1\right.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$$

مثال:

ح.ع.ك $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - 2x - 1) = -\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{\ln x}{x} - 2 - \frac{1}{x} \right) = +\infty (-2) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{4}{x+2} + \ln(x+2) \right) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{x+2} (4 + (x+2) \ln(x+2)) = +\infty (4) = +\infty$$

ملاحظة بياننا:

كي نبيك حالة عدم التعيين عند ∞ اخرج ماداخل ال \ln عاملا مشتركا اما اذا كانت حالة عدم التعيين عند عدد اخرج مقلوب ماداخل ال \ln عاملا مشتركا وتبقى ملاحظة نسب بيت

2. عفايس نناع ائك واصن:

- 1) $\ln 1 = 0$
- 2) $\ln e^x = x$
- 3) $\ln x = 2$ يك افغ $x = e^2$
- 4) $\ln x = -2$ يك افغ $x = e^{-2}$

3. الاشتقاق:

$$f(x) = \ln(5x+2)$$

$$f'(x) = \frac{5}{5x+2}$$

$$g(x) = 2x \ln x$$

$$g'(x) = 2 \ln x + 2x \cdot \frac{1}{x} = 2 \ln x + 2$$

ملحوظة:

كفي يكون $\ln x < 0$ يعني ان $0 < x < 1$
 كفي يكون $\ln x > 0$ يعني ان $x > 1$

3 المستقيم المقارب العمودي واثباته:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$$

نقول في هذه الحالة ان $x = a$ هو مستقيم
 مقارب عمودي وتلقاه في مجموعة التعريف وهو
 العدد موش معرفت فيه الدالة..... بينا اتنا

مثال: $f(x) = \ln x$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$$

اذن $x = 0$ هو مستقيم مقارب عمودي

4 المستقيم المقارب الأفقي واثباته:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$$

نقول في هذه الحالة ان $y = a$ هو مستقيم
 مقارب افقي وتلقاه في النهاية كفي نجيب رابع
 بحسب النهاية عند ∞ بينا اتنا

مثال: $f(x) = 2 + \frac{\ln x}{x}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[2 + \frac{\ln x}{x} \right] = 2$$

اذن $y = 2$ هو مستقيم مقارب افقي

5 معادلة التماس اس:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

مثال: $f(x) = x^2 + 7x + 5$

احسب التماس عند $x_0 = -2$

بحسب المشتق $f'(x) = 2x + 7$

$$y = f'(-2)(x - (-2)) + f(-2)$$

$$y = 3(x + 2) - 5 = 3x + 1$$

إذا قال لك احسب التماس عند $x_0 = -2$ في هذه

الحالة لا زمك تحوس على x_0 روع حل المعادلة

ملاحظة خطيرة:

رد بالك ديرهم حالات عدم التعيين

$$\frac{\infty}{0} = \infty \quad \cdot \quad \frac{0}{\infty} = 0$$

$$\frac{A}{0} = \infty \quad \cdot \quad \frac{A}{\infty} = 0$$

3 لعف ايسن اللي لازم تعرفها :

1 اثبات $y = ax + b$ هو مستقيم مقارب

مائل بجوار ∞ :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$$

2 الوضعية النسبية بين المستقيم والدالة:

لازمك تدرس إشارة الفرق

$$f(x) - (ax + b) < 0 \quad (c_f) \text{ تحت } (\Delta)$$

$$f(x) - (ax + b) > 0 \quad (c_f) \text{ فوق } (\Delta)$$

مثال: $f(x) = x - 2 + \frac{\ln x}{x}$

- اثبت ان $y = x - 2$ هو مستقيم مقارب

مائل بجوار $+\infty$ نطبق القانون

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 2)]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x - 2 + \frac{\ln x}{x} - (x - 2) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\ln x}{x} \right] = 0$$

ومنه $y = x - 2$ هو مستقيم مقارب مائل

- ادرس الوضعية النسبية

نقوم بدراسة إشارة الفرق..... شوف معايا

$$f(x) - (x - 2) = \frac{\ln x}{x}$$

$$x = 1 \text{ افغ } \ln x = 0$$

x	0	1	$+\infty$
$f(x) - (x - 2)$	-	0	+
الوضعية	(c_f) تحت (Δ)		(c_f) فوق (Δ)

$f(x) = -2$ كفي تلقى x_0 هذيك الساعه
احسب المماس عند x_0 .. ω كا هو

6. نقطه الانعطاف:

$f''(x) = 0$ نجد النقطه $\omega(x_0, f(x_0))$

مثال: $f(x) = x^3 + 6x^2 - 11$

بحسب المشتق الاول $f'(x) = 3x^2 + 12x$

بحسب المشتق الثاني $f''(x) = 6x + 12$

$f''(x) = 0$ كافى $6x + 12 = 0$

ب كافى $x = -2$

اذن $\omega(-2, 5)$

والمشتق الثاني يغير اشارته عند ω

ملحوظة: اذا انعدم المشتق الاول عند ω ولم

يغير اشارته فنقول ان ω هي نقطه انعطاف

7. نقاط تقاطع المنحنى C_f مع المحورين:

ا. مع محور الفواصل: ساوي الدالت بالصفر

$f(x) = 0$ تلقى قيم x لي تقطع فيه

ب. مع محور الترتيب: عوض x بالصفر في الدالت

$f(0) = y_0$ تلقى قيمه y_0 لي تقطع فيها

8. التناظر:

ا. مركز تناظر: $\omega(\alpha, \beta)$

$f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$

مثال: مثلا كون يملك احسب

$f(6-x) + f(x)$ كفي بحسب وتلقى النتيجة

مثلا تساوي 8 قولو نستنتج بلي النقطه $\omega(3, 4)$

هي مركز تناظر

ب. محور تناظر: $x = \alpha$

$f(2\alpha - x) = f(x)$

9. الانسحاب:

$g(x) = f(x + a) + b$

في هذه الكالت نقول (C_g) صورة (C_f) بالانسحاب

الذي شع اع $\vec{v}(-a; b)$

مثال: شرح كيفيه انشاء (C_g) انطلاقا من (C_f)

$f(x) = \ln x$ و $g(x) = \ln(x + 2) + 3$

(C_g) صورة (C_f) بالانسحاب الـ

شع اع $\vec{v}(-2; 3)$

10. عفايس المعاملات: a و b و c

1. كفي بقلك اوجد المعاملات a و b و c وبقلك

بلي (C_f) يشمل النقطه مثلا $A(4; -2)$ ويقبل

مماس عند A معامل توجيهه 6 ويشمل ذروه

او قيمه حديته هي $B(3; 5)$ ولديه مماسا موازيا

لمحور الفواصل اي افقي عند الفاصلته -1 ..

شوف معايا واشن تكتب:

$f(4) = -2$.. معناه يشمل النقطه $A(4; -2)$

$f'(4) = 6$.. معناه يقبل مماسا عند النقطه A

الذروه $B(3; 5)$ فيها زوج معادلات تشملها الدالت

وتعدم المشتق $f(3) = 5$ و $f'(3) = 0$

$f'(-1) = 0$.. معناه يقبل مماسا افقي عند -1

2. كفي بعطيك العبارة وبقلك جيب a و b و c

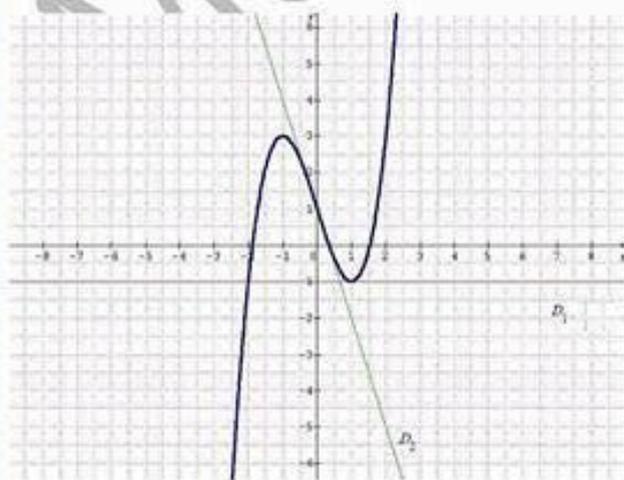
هاياين توخذ المقامات وتطابق مكله نريدو نصلو

3. كفي بعطيك بيان وبقلك (C_f) يقبل مماسا D_1

عند الفاصلته 1 ويقبل مماسا D_2 عند الفاصلته 0

وبقلك عين من البيان:

$f(2)$ و $f'(1)$ و $f'(0)$ كما هو موضح هنا



هـ . قانون التكامل بالتجزئة مانسوهش

$$\int f' \cdot g dx = f \cdot g - \int g' \cdot f dx$$

باه تحسب بالتكامل بالتجزئة لازمة تقسم الدالة إلى دالتين اطعم اسهل طريقة للحساب هو الجزء لي دالته الاصلية تجيك ساهلة هولي ديرو المشتق

مثال: تحسب التكامل $2x \ln x$

نورماطوا $2x$ هي لي دالته الاصلية تجينا ساهلة مالا هي لي نديروها المشتق $\ln x$ ووف معايا

$$f'(x) = 2x \dots \dots \dots f(x) = x^2$$

$$g(x) = \ln x \dots \dots \dots g'(x) = \frac{1}{x}$$

هيا نعوض $\ln x$ وههم في القانون

$$\int 2x \ln x dx = x^2 \ln x - \int \frac{1}{x} x^2 dx$$

$$\int 2x \ln x dx = x^2 \ln x - \int x dx$$

$$\int 2x \ln x dx = x^2 \ln x - \frac{1}{2} x^2 + c$$

ومنه الدالة الاصلية نتاع $2x \ln x$

$$x^2 \ln x - \frac{1}{2} x^2 + c$$

ولي ما فقهمنيشن يروح يدبر رقيت شرعية عند

كاش طالب ملـ يعـ بالشفاء .

16 . حساب مساحة حيز بالتكامل :

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

كي يقلك احسب مساحة الحيز لي يحصره الدالة

$$f(x) = x^2 \text{ و } y = x - 1$$

والمستقيمين $x = 1$ و $x = 2$ من الإنشاء نلاحظ

المنحنى نتاع الدالة مربع فوق المستقيم يعني نديرو

الدالة ناقص المستقيم والنتائج نحسبها بالتكامل ناعو

شوف معايا عارفك مفـ ههمنيشن

$$S = \int_1^2 (f(x) - y) dx =$$

$$S = \int_1^2 (x^2 - (x - 1)) dx = \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{2} x^2 + x$$

نعوضو بال 2 ومبعد نقصولو النتيجة ناع 1 شوف

$$S = \left(\frac{1}{3} 2^3 - \frac{1}{2} 2^2 + 2 \right) - \left(\frac{1}{3} 1^3 - \frac{1}{2} 1^2 + 1 \right)$$

$$S = \frac{11}{3} \text{ us}$$

بعد احسب اضرب النتيجة في وحدة الرسم

17 . المعادلات التفاضلية :

نقتح اكل هو $f(x)$ يعني حلها عبارة عن دالة

$$y' = ay \text{ الشكل 1.}$$

$$f(x) = ce^{ax} \text{ و } y' = ay \text{ اكل هو}$$

$$f(x) = ce^{2x} \text{ و } y' = 2y \text{ اكل هو}$$

$$y' = ay + b \text{ الشكل 2.}$$

$$f(x) = ce^{ax} - \frac{b}{a} \text{ هو } y' = ay + b \text{ اكل هو}$$

$$f(x) = ce^{2x} - \frac{3}{2} \text{ هو } y' = 2y + 3 \text{ اكل هو}$$

مثال: الهدف هو حل المعادلة (1)

$$y' - 2y = (x - 3)e^x \dots \dots (1).$$

1. اوجد a و b حتى تكون $u(x) = (ax + b)e^x$

حلال للمعادلة (1) نعوض ونطابق فقط

$$u' - 2u = (x - 3)e^x$$

روح اشتق u وزيدها $-2u$ وعوض ههما في

المعادلة وطابقها مع الطرف الآخر رايح تلقى

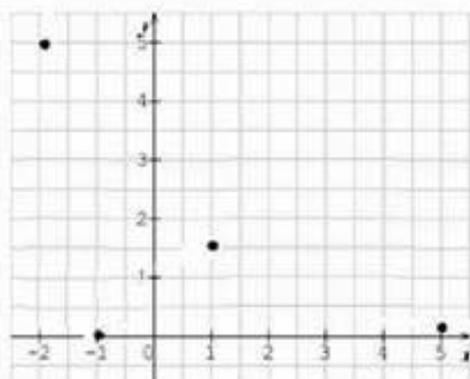
$$b = 2 \text{ و } a = -1$$

$$u(x) = (-x + 2)e^x \text{ إذن}$$

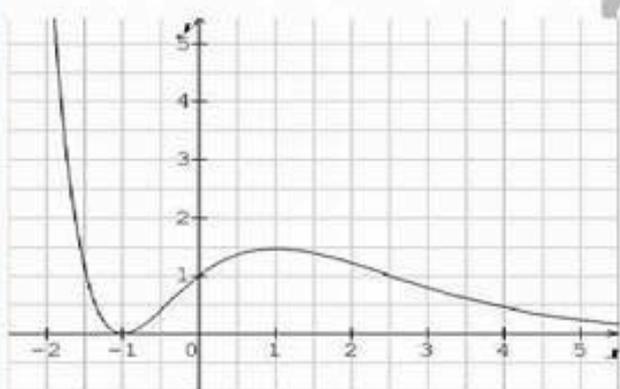
$$2. \text{ حل المعادلة } y' - 2y = 0 \dots \dots (2)$$

$$y(x) = ce^{2x} \text{ إذن اكل هو}$$

نفهمنا نكتبوها هكذا $(-2; 5)$ يعني $+\infty$
 نبدلها نديروها 5 ومنبعد يهبط المنحنى الى
 النقط $(-1; 0)$ ومنبعد يزيد يطلع $(1; 3/2)$
 ومنبعد يهبط في الاخير الى $(-2; 5)$. روح علم
 النقط في المعلم كيما هكذا شوف النقط السوداء



منبعد نوصلو بين النقط بأكتانات شوف كيفاه بولي



سر النجاح

هو المحافظة على الصلوات ففي
 سجودك ارفع مشاكلك وهمومك إلى

رج السماوات

تفكر ربك في الرخاء يتفكر في الشدة

3. نعتبر حلول (1) هي $y + u$ اذن استنتاج

$$f(x) = y(x) + u(x) \text{ اكلول}$$

$$f(x) = ce^{2x} + (-x + 2)e^x$$

$$f(0) = 5 \text{ استنتج اكل اخاص حيث}$$

$$f(0) = ce^0 + (-0 + 2)e^0 = 5 \text{ نعوض}$$

$$\text{ومنه نجد } c = 3$$

ومنه حلول (1) هي

$$f(x) = 3e^{2x} + (-x + 2)e^x$$

نحب تزيد تبسطها اعرج e^x املا مشتركا

$$f(x) = (3e^x - x + 2)e^x$$

18. كيفيت رسم منحنى الدالة:

عندنا جدول تغيرات حبينا نرسمو منو منحنى الدالة
 تدعى معايا واشن رايجين نديرو

x	-2	-1	1	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	0	$\frac{3}{2}$	0

نرسمو معلم ونعينو عليه احداثيات النقط شوف

معاياي فوق جدول التغيرات الي راهم في خانة

نتاع x هذوك عبارة على فواصل ولي راهم لتحت

في مكانة نتاع $f(x)$ عبارة على ترتيبات بمعنى

هذيك -2 ترتيبت تاها $+\infty$ وال -1 ترتيبتها

0 ومنبعد عندنا 1 ترتيبتو $3/2$ والاخرة $+\infty$

ترتيبها 0 الخطوة اطلعت حنا حبينا هذيك $+\infty$

نديروها شغل عدد حقيقي يساوي 5 ولا 8 كيما

نحب انك مثلا في هذا المثال نديروها تساوي 5 باه

نسهلو العملية هي

المنحنى يبدأ من $(-2; +\infty)$ وهي كيما

الهندسة الفضائية

1. المسافة بين نقطتين:

$$A(2; 3; 5) \text{ و } B(-1; 4; 2)$$

$$AB = \sqrt{(-1-2)^2 + (4-3)^2 + (2-5)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-3)^2 + (1)^2 + (-3)^2}$$

$$AB = \sqrt{19}$$

المسافة AB هي نفسها BA كيفه كـ

2. المسافة بين نقطة ومستوي:

لتكن النقطة $A(-2; 3; 4)$ والمستوي (P)

$$(P): x + 2y - 3z - 6 = 0$$

$$d = \frac{|1(-2) + 2(3) - 3(4) - 6|}{\sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (-3)^2}}$$

$$d = \frac{|-14|}{\sqrt{14}} = \frac{14}{\sqrt{14}} = \sqrt{14}$$

3. شرطي التعامد والتوازي:

لهما قلب الهندسة الفضائية

1. شرط التعامد: $\vec{u}(2; 3; -2)$ و $\vec{v}(1; 2; 4)$

نقول على ان \vec{u} و \vec{v} متعامدان إذا كان $\vec{v} \cdot \vec{u} = 0$

$$1(2) + 2(3) + 4(-2) = 0$$

ومنه الشعاعان \vec{u} و \vec{v} متعامدان

2. شرط التوازي: $\vec{u}(2; -1; 4)$ و $\vec{v}(6; -3; 12)$

نقول على ان \vec{u} و \vec{v} متوازيان إذا كان $\vec{v} = k \cdot \vec{u}$

$$\frac{6}{2} = \frac{-3}{-1} = \frac{12}{4} = 3$$

ومنه الشعاعان \vec{u} و \vec{v} متوازيان

ملحوظة:

نقول على ان النقط A, B, C تعين مستوي او

ليست على استقامة واحدة يكفي فقط ان تثبت

بلي \vec{AB} و \vec{AC} غير مرتبطين خطيا يعني

غير متوازيان

4. معادلات ديكارتية لمستوي:

أ. يشمل A و \vec{n} ناظمي له:

المستوي يفوق بالنقطة $A(-2; 1; 4)$

و $\vec{n}(5; -4; 3)$ ناظمي عليه شوفه اكتب الشكل

العام للمستوي وعوض

الشكل العام $(p): ax + by + cz + d = 0$

عوض الناظمي فتجد $5x - 4y + 3z + d = 0$

عوض النقطة A ثل في قيمة d

$$5(-2) - 4(1) + 3(4) + d = 0$$

يكافئ $d = 2$ ومنه المعادلة هي

$$(p): 5x - 4y + 3z + 2 = 0$$

ب. يشمل النقط A, B, C :

$A(1; 1; -1)$, $B(2; 3; 2)$, و $C(-1; 2; 4)$

نفرض الناظمي $\vec{n}(a; b; c)$ و لربك \vec{AB} و \vec{AC}

شعاعي توجيه المستوي وديما يكونو معامدين

لناظمي \vec{n} معناه كي نظريهم في الناظمي الناتج 0

\vec{n} يعامد \vec{AB} يعني ان $\vec{AB} \cdot \vec{n} = 0$

\vec{n} يعامد \vec{AC} يعني ان $\vec{AC} \cdot \vec{n} = 0$

$$\begin{cases} a + 2b + 3c = 0 \\ -2a + b + 5c = 0 \end{cases}$$

افرض a او b او c وساو بهامثلا ب1 ثم حل اجملة تلقى البقيت

كي تلقى الناظمي \vec{n} وعندك واحدة من هذوك النقط

A, B, C نفس خطوات المستوي لي قبلو (p)

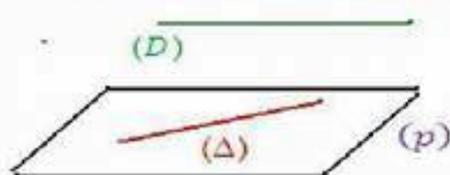
ج. يشمل A ويعامد مستقيم (Δ) :

دير في بالك بلي \vec{u} شعاع توجيه المستقيم (Δ) هو

يعتبر الناظمي \vec{n} نتاع المستوي وعندك النقطة A

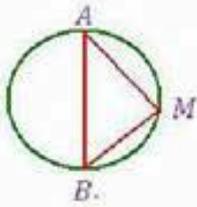
هـ اواش قاعد تستنى !!!!

د. مستوي يكون مستقيم (Δ) ووازي (D) :



يعتبر \vec{u}_D و \vec{u}_Δ هما شعاعي توجيه المستوي (p)

ب. عندك قطر AB مثلا هو :



لازم تكون $M \in (S)$
في هذه الحالة يولي
الشعاعان \overrightarrow{AM} و \overrightarrow{BM}
متعامدان أي
 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$

إذا حبيت احسب

المركز W وهو منتصف القطع $[AB]$ واحسب
الطول AB واقسمو على 2 هو نصف القطر وادعم
بالقانون الأول

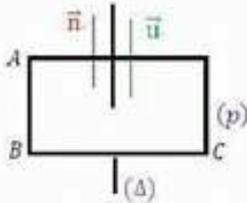
8. عفايس المستوي و المستقيم:

$(\Delta) \perp (p)$ يعني $\vec{u} \parallel \vec{n}$

$(\Delta) \parallel (p)$ يعني $\vec{u} \perp \vec{n}$

وإذا قالك بين ان المستقيم (Δ) يعامد المستوي

(ABC) شوفه معايا



اثبت ان الناطمي \vec{n}

نتاع المستوي يوازي

\vec{u} التوجيه نتاع

المستقيم او اثبت

بلي \vec{u} التوجيه نتاع المستقيم يعامد \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC}

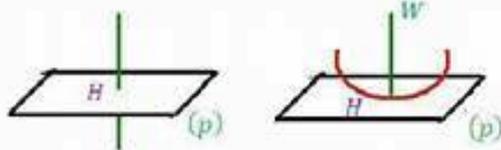
شعاعي توجيه نتاع

المستوي... اسد... لي إذا كسر تلك راسك

9. إحداثيات المسقط العمودي او تقاطع

مستقيم ومستوي او نقطة تماس سطح

كرة مع مستوي:



في الحالات الثلاث نجيبو تمثيل وسيطي للمستقيم

روح حيب بيهم الناطمي \vec{n} ومنبعد افرض قيمت
للوسيط t وعوضها في المستقيم (Δ) نلقى نقطت
يفوت بيها (Δ) ويبرد يفوت بيها المستوي (p) ايا
كمل الخطوات بريك السم

5. تمثيل وسيطي مسـتوي:

لازم يكون عندك زوج اشعة توجيه ونقطت
مثلا $A(-1; 7; 4)$ و $\vec{v}(1; 2; 5)$ و $\vec{u}(2; 3; -2)$
نقولو نفرض ان $M \in (p)$ ومنبعد نكتب

$$\overrightarrow{AM} = t\vec{u} + k\vec{v}$$

$$(t \in \mathbb{R})(k \in \mathbb{R}) \begin{cases} x = 2t + k - 1 \\ y = 3t + 2k + 7 \\ z = -2t + 5k + 4 \end{cases}$$

6. تمثيل وسيطي مسـتقيم (Δ) :

ا. يشمل A و \vec{u} توجيه هالـه:

لازم يكون عندك شعاع توجيه ونقطت مثلا

$A(3; -2; 4)$ و $\vec{u}(5; 3; -2)$

$M \in (\Delta)$ ومنبعد نكتب $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$

$$(t \in \mathbb{R}) \begin{cases} x = 5t + 3 \\ y = 3t - 2 \\ z = -2t + 4 \end{cases}$$

ب. يشمل النقطتين A و B :

دير في بالك بلي \overrightarrow{AB} هو نفسه \vec{u} شعاع توجيه

المستقيم (Δ) وعندك زوج نقاط A و B عوض

واحدة فيهم وربيع عوضلك الايام اكلوة

ج. يشمل A ويعامد مستوي (p) :

منبقاوشن نعاودو في الهدرة عندك الشعاع الناطمي

\vec{n} نتاع (p) يعتبر شعاع توجيه المستقيم (Δ)

وعندك النقطت A ايا توكل على ربي

7. معادلت سطح كرة (S) :

إذا كان عندك المركز و القطر رالك ديرت لافير

ا. مركزها W و نصف قطرها R :

لازم تكون $M \in (S)$ ولازم نغلو بلي $WM = R$

نفرض المركز $W(5; 3; -7)$ و نصف القطر $R = 2$

$$(x - 5)^2 + (y - 3)^2 + (z + 7)^2 = 2^2 = 4$$

2. الطريقة الثانية : هنا لازمك تكتب ديفالكت
الطول AM بدلالة t جيك دالت نتاع جذر روح
اشتقها والقيمة أكديت هي المسافت بين A
و (Δ) ... اسمع متقول كتي واحد خليه بيناتنا

11. مساحت مثلث ABC :

إذا كان المثلث كفي ABC

وعندك زاوية من زواياه

طبق القانون

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \alpha$$

اما إذا كان $\alpha = 90^\circ$ فان المثلث يصيح قائما يكفي

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$$

12. حجم رباعي الوجوه $DABC$:

مساحت القاعدة وهي مساحت المثلث في الارتفاع

و يكون عمودي على المثلث نفسهم على 3

نفرض ان AD عمودي على المثلث ABC اذن

$$V_{DABC} = \frac{S_{ABC} \cdot AD}{3}$$

13. الأوضاع النسبية :

أ. الوضع النسبي لمستقيم ومستوي :

نعوض التمثيل الوسيط للمستقيم في المعادلات

الديكارتيه للمستوي

1. إذا لقيت قيمة للوسيط t معناه يتقاطع في

نقطت تقدر تروح بجيب

2. إذا لقيت تناقض مثلا جيك $0 = 3$ باين بلي

مايتقاطعوش وتقاطعهم مجموعة خالية

3. إذا لقيت ان المعادلات محققت روما مثلا جيك

$0 = 0$ يعني ان المستقيم محتوي في المستوي او

نقول بلي هو احد مستقيمات المستوي

4. روح اقرأ العنوان 8 عفايس المستقيم والمستوي

ونعوضه في معادلات المستوي (p) نلقاو قيمة

t ومنبعد نعوضو t في التمثيل الوسيط نتاع

المستقيم نلقاو النقطة H لازمك دير في بالك بلي

المستقيم يعامد المستوي معناه الناظمي نتاع

المستوي هو التوجيه نتاع المستقيم... هكذا هو

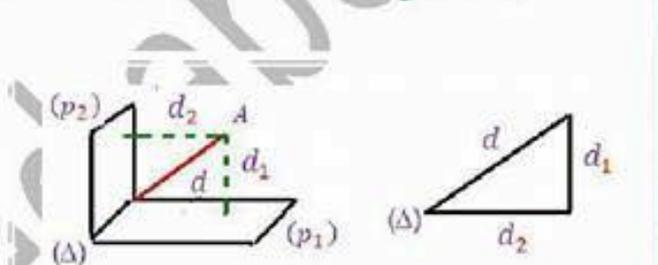
10. المسافت بين نقطت ومستقيم :

هنا لازمك تحط راسك معايا قول بسم الله

أ. إذا كان المستويان متعامدان ومقاطعان

وفق مستقيم

حسب نظرية الشبيخ فيثاغورث $d^2 = d_1^2 + d_2^2$



حيث ان d_1 هي المسافت بين A والمستوي (p_1)

d_2 هي المسافت بين A والمستوي (p_2) و ان d

هي المسافت بين A والمستقيم (Δ)

ب. إذا كان معندكش المستويان :

1. الطريقة الاولى : روح اكتب المستقيم على شكل

نقطت M شوف معايا وتعلم واشن راح نديرو

$$M \in (\Delta) \quad \begin{cases} x = 5t + 3 \\ y = 3t \\ z = -2t + 4 \end{cases} \quad (\Delta)$$

يعني تولي M هكذا $M(5t + 3; 3t; -2t + 4)$

أ. إذا كان معندكش المستويان :

1. الطريقة الاولى : روح اكتب المستقيم على شكل

نقطت M شوف معايا وتعلم واشن راح نديرو

$$M \in (\Delta) \quad \begin{cases} x = 5t + 3 \\ y = 3t \\ z = -2t + 4 \end{cases} \quad (\Delta)$$

يعني تولي M هكذا $M(5t + 3; 3t; -2t + 4)$

أ. إذا كان معندكش المستويان :

1. الطريقة الاولى : روح اكتب المستقيم على شكل

نقطت M شوف معايا وتعلم واشن راح نديرو

ج. الوضع النسبي لمستقيم و سطح كرة:

ياحللو لي نسي الامير Δ لازماتو عقوبت في حق طاظ
نعوضو التمثيل الوسيط للمستقيم في معادلت
سطح كرة نجينا معادلت من الدرجت الثانية بدلات
الوسيط t نحسبها بالامير Δ الامير نتاع بكري
1. إذا لقيت الامير $\Delta < 0$ لا يوجد تقاطع
2. إذا لقيت الامير $\Delta = 0$ نقولو بلي المستقيم
يمس سطح الكرة في نقط واحدة
3. إذا لقيت الامير $\Delta > 0$ باين تقاطع في نقطتين
تقدر تروح تحسبهم متكسر ليشن راسي من فضلك

ج. الوضع النسبي لمستوي و سطح كرة:

نحسب المسافت بين المستوي ومركز سطح الكرة
1. إذا لقيت المسافت أكبر من نصف القطر معناه
مكانش تقاطع اي تقاطعهم مجموعة خاليه
2. إذا لقيت المسافت تساوي نصف القطر معناه
ماس اي المستوي ويمس سطح الكرة
3. إذا لقيت المسافت اصغر من نصف القطر معناه
المستوي يقطع سطح الكرة في دائرة
د. مستقيمان من نفس المستوي او

ليسا من نفس المستوي:

1. إذا كان المستقيمان متوازيان فهما من نفس
المستوي هذه دبرها في بالك صدق
2. إذا كان موش متوازيان هنا فيها حالتين
نروحو نساويهم مع بعض

$$x = x \quad \dots (1)$$

$$(D) \quad y = y \quad \dots (2) \quad (\Delta)$$

$$z = z \quad \dots (3)$$

راهم عندك ثلاث معادلات من المعادلتين
(1) و (2) جيب قيمت الوسيطين t و k
وعوضهم في المعادلت (3)

- إذا كانت محققت نقولو من نفس المستوي
- موش محققت موش من نفس المستوي

14. مجموعيات النقط:

اغلبيتهم عندهم علاقت بالمرجع و يا حللو لي موش
فاهم المرجع بصح ساهلت متك افش

$$1. \text{ إذا لقيت } GM = 3 \dots \dots$$

نقولو مجموعة النقط M هي سطح كرة مركزها G
ونصف قطرها 3

$$2. \text{ إذا لقيت } \overline{AM} \cdot \overline{BM} = 0 \dots \dots$$

نقولو مجموعة النقط M هي سطح كرة قطرها $[AB]$

$$3. \text{ إذا لقيت } \overline{GM} \cdot \overline{AB} = 0 \dots \dots$$

نقولو مجموعة النقط M هي مستوي الذي يشمل

النقط G والشعاع \overline{AB} ناظمي على

$$3. \text{ إذا لقيت } AM = BM \dots \dots$$

نقولو مجموعة النقط M هي مستوي الذي هو

محور القطعت $[AB]$ او نقول هو المستوي الذي

يشمل منتصف $[AB]$ والشعاع \overline{AB} ناظمي له

ايا كان فهمتنى مبروك عليك الباك

.....

الثقت بالنفس بعد التوكل على الله

مطلوبت شرعا ،

فالمسلم يتعين عليه أن يحسن الظن

بالله تعالى.....

وان يتفائل لنفسه أخير والنجاح

دائماً....

ويسعى باستمرار في سبيل الارتفاع

لتحصيل الكمالات

الأعداد المركبة

ماعليش دخل في راسك بلي $i^2 = -1$

1. طويلة عدد مركب $|Z|$:

ليكن العدد المركب $Z = -4 + 3i$

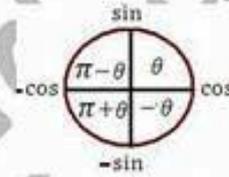
$|Z| = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2} = \sqrt{25} = 5$
اطونسيو دخل i في الطويلة رالك دير كـارث

2. عمدة عدد مركب $\theta = \arg(Z)$:

علا بالي بيك نكره $\sin \theta$ و $\cos \theta$ اصبر معايا
لازمك تعرفه تحسب الطويلة باه تحسب العمدة

مثال: ليكن العدد المركب $Z = -1 + \sqrt{3}i$

تحسبو الطويلة نجينا



$$\begin{cases} |Z| = \sqrt{4} = 2 \\ \cos \theta = \frac{-1}{2} \\ \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

من الدائرة المثلثية الربع

لي \cos سالج و \sin موجب هو الربع الثاني يعني
هي الزاوية $\frac{\pi}{3}$ في الربع الثاني نـولي $\pi - \frac{\pi}{3}$
نعطيك عفسة مليحة شـوف كيفاه تعرفه

الروايا الشهيرة $Z = x + yi$

$x > y$ يعني الزاوية $\frac{\pi}{6}$ مثلا $Z = \sqrt{3} + 1i$

$x < y$ يعني الزاوية $\frac{\pi}{3}$ مثلا $Z = 1 + \sqrt{3}i$

$x = y$ يعني الزاوية $\frac{\pi}{4}$ مثلا $Z = \sqrt{3} + \sqrt{3}i$

$x = 0$ يعني الزاوية $\frac{\pi}{2}$ مثلا $Z = \sqrt{3}i$

اما الإشارة تدل على الربع روح لدائرة المثلثية
كيما ديرنا امثال السابق عرفنا الزاوية والربع وحسبنا

3. مرافق عدد مركب \bar{Z} :

$Z = 4\sqrt{3} + 4i$ مرافقه $\bar{Z} = 4\sqrt{3} - 4i$

المهم اعكس إشارة الجزء التخيلي

4. الشكل الآسي:

كي تحسب الطويلة والعمدة طبق $Z = |Z|e^{\theta i}$
العدد المركب السابق $Z = -1 + \sqrt{3}i$ طويلته 2
وعمدته $\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$ نعوض في القانون يصبح
 $Z = 2e^{\frac{2\pi}{3}i}$ متقوليش برك هذه صعبية

5. الشكل المثلثي:

كيفه عوه طبق القانون هذا

$$Z = |Z|(\cos \theta + i \sin \theta)$$

من امثال السابق $Z = -1 + \sqrt{3}i$ عندك الطويلة

$$Z = 2(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$$

6. الشكل الجبري:

هذا راهو مكتوب كتابة جبرية $Z = -1 + \sqrt{3}i$

المشكل كيفاه نروح من الآسي والمثلثي إلى الجبري

دير في بالك هذو $\frac{1}{2} = 0.5$ و $\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$ و

$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$ هذو الروايا الشهيرة باه نجينا ساهلت

الانتقال من الآسي والمثلثي إلى الجبري شوف امثال

$$Z = 2e^{\frac{2\pi}{3}i} = 2(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$$

$$Z = 2(-0.5 + i0.866)$$

$$Z = 2(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}) = -1 + \sqrt{3}i$$

7. عفايس الشكل $a = \frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$:

ا. إذا كان $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = ai$

a سالج فإن الزاوية $\frac{\pi}{2}$

a موجب فإن الزاوية $\frac{\pi}{2}$

1. إذا كانت $a = 1$ او $a = -1$ في هذه الحالة

نقول ان المثلث ABC قائم في B و متساوي الساقين

2. إذا كانت $a \neq 1$ و $a \neq -1$ في هذه الحالة

نقول ان المثلث ABC قائم في B فقط

10. التحويلات النقطية:

العبرة المركبة

$$Z' = \alpha Z + \beta$$

عدد حقيقي α عدد مركب α

نعرف الطبيعة حسب السيد α

$\alpha = 1$ انسحاب دوران $|\alpha| = 1$

$\alpha \neq 1$ تحاكي تشابه مباشر $|\alpha| \neq 1$

العناصر المميزة لتحويلات:

1. نسبته هي $|\alpha|$ بالنسبة لدوران والتشابه

اما بالنسبة لتحاكي والانسحاب النسبة هي α

2. الزاوية هي $\arg(\alpha)$

3. المركز هو w حيث $Z_w = \frac{\beta}{1-\alpha}$

ملاحظة: المركز w هو النقطة الصامدة يعني

تحويلها هو نفسها معناه $Z_w = \alpha Z_w + \beta$

كفي يملك اوجد Z_C حيث C صورة A بالتحويل

النقطي الذي مركزه B (دير في بالك بلي Z_C تحي في

بلاصت Z') اكتب مباشرة اكملت

$$Z_C = \alpha Z_A + \beta$$

$$Z_B = \alpha Z_B + \beta$$

$$Z_C - Z_B = \alpha(Z_A - Z_B)$$

إذا عطاك مثلا دوران وقالك مركزه O دير في بالك

بلي $\beta = 0$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ متنساش بلي $|\alpha| = 1$ اي

العبرة المركبة بالشكل الاسي هي $Z' = 1e^{i\frac{\pi}{2}} Z$

وإذا حبيت تكتبها على الشكل الجبري $Z' = iZ$

11. المرجع $G = \{(A, -1)(B, 2)(C, 2)\}$:

$$Z_G = \frac{-Z_A + 2Z_B + 2Z_C}{-1 + 2 + 2}$$

إذا قالك مركز ثقل مثلث ه المعاملات 1.1.1

ب. إذا كان $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = +\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

باين المثلث ABC متقايس الاضلاع

ج. إذا كان $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = a$

إذا لقيت a عدد حقيقي يعني ان النقط C, B, A

على استقامة واحدة يعني $\overline{BA} = a\overline{BC}$

د. إذا كان $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = a$

نقدرو نكتبوه من الشكل $Z_A - Z_B = a(Z_C - Z_B)$

نقولو يوجد تحويل نقطي وطبيعته حسب السيد a

ملحوظة: $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_D} = \pm 1$

تلقاه 1 نقولو $ABDC$ متوازي اضلاع $\overline{BA} = \overline{DC}$

تلقاه -1 نقولو $ABCD$ متوازي اضلاع $\overline{BA} = \overline{CD}$

8. تفسير الهندسي لشكل $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = a$:

1. الطوليت: $|BA| = a|BC|$

2. العمدة: $\arg(a) = (\overline{BC}; \overline{BA})$

9. دستور موافر:

$$Z^n = |Z|^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

ساعات يملك اوجد قيمت n حتى يكون:

يكون Z^n حقيقي صرفا: يعني $\sin n\theta = 0$

وهذا يكافئ $n\theta = k\pi$ ومنبعد جيب قيمت n

إذا كان k زوجي يولي Z^n حقيقي موجب

إذا كان k فردي يولي Z^n حقيقي سالب

يكون Z^n تخيلي صرفا: يعني $\cos n\theta = 0$

وهذا يكافئ $n\theta = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ومنبعد جيب n

إذا كان k زوجي يولي Z^n تخيلي موجب

إذا كان k فردي يولي Z^n تخيلي سالب

متنساش بلي n عدد طبيعي يعني k يكون طبيعي

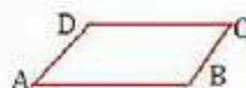
ساعات يملك احسب مثلا: $Z = 2e^{\frac{2016\pi}{3}i}$

$$Z = 2e^{\frac{2016\pi}{3}i} = 2(\cos \frac{2016\pi}{3} + i \sin \frac{2016\pi}{3})$$

$$Z = 2(1 + i0) = 2$$

12. طبيعة الرباعيات:

ليكن الرباعي ABCD



حيث قطراه [AC] و [BD]

1. متوازي اضلاع:

يكفي ان تثبت ان القطران متناصان فان

او $\overline{AB} = \overline{DC}$ يعني $Z_B - Z_A = Z_C - Z_D$

ب. مستطيل: لازم يكون فيه $\overline{AB} = \overline{DC}$

اما ان تثبت ان القطران [AC] و [BD] متساويان

وموش متعامدان او $AB \neq BC$ وزيد متعامدان

ج. المربع: لازم يكون فيه $\overline{AB} = \overline{DC}$

اما ان تثبت ان القطران [AC] و [BD] متساويان

ومتعامدان او $AB = BC$ وزيد متعامدان

د. المربع: لازم يكون فيه $\overline{AB} = \overline{DC}$

اما ان تثبت ان القطران [AC] و [BD] متساويان

ومتساويان ومتعامدان او $AB = BC$ وزيد

متساويان ومتعامدان

ملاحظة: كي يكون عندك $\overline{AB} = \overline{DC}$ وزيد

$$\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_D} = ai$$

نقدر نعرف الرباعي من طبيعة التحويل النقطي

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

المتساويان

$$\frac{\pi}{2} \neq \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

التشابه المبرهن:

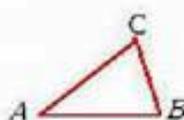
$$\frac{\pi}{2} \neq \frac{\pi}{2}$$

13. المثلثات:

احسب الاطوال $AB = AC = BC$

باين نقول ان المثلث ABC

متقايس الاضلاع



وإذا كان $AB^2 + AC^2 = BC^2$ نقولو ان
المثلث ABC قائم في A وإذا كان $AB = AC$ زيد
متساوي الساقين

14. مجموعات النقط:

1. إذا لقيت $GM = 3$

نقولو مجموعة النقط M هي دائرة مركزها G
ونصف قطرها 3 .. (ياو رانا في الأعداد المركبة
رد بالك تقف وول سطح كرة)

2. إذا لقيت $\overline{AM} \cdot \overline{BM} = 0$

نقولو مجموعة النقط M هي دائرة قطرها $[AB]$

3. إذا لقيت $\overline{GM} \cdot \overline{AB} = 0$

نقولو مجموعة النقط M هي مستقيم الذي يشمل

النقط G والشعاع \overline{AB} ناظمي عليه

4. إذا لقيت $|Z - Z_A| = |Z - Z_B|$

يعني $AM = BM$ نقولو مجموعة النقط M هي

مستقيم الذي هو محور القطعت $[AB]$ او نقول

هو المستقيم الذي يشمل منتصف $[AB]$ والشعاع

\overline{AB} عمودي عليه

5. إذا لقيت $arg(Z - Z_A) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

نصفه مستقيم (AM) مبدؤه النقط A

6. إذا لقيت $Z - Z_A = 2e^{i\theta}$

هنا الطول ثابت وهو 2 ولكن الزاوية متغيرة يعني

راج نرسمنا دائرة مركزها A ونصف قطرها 2

.....

اكثرنا من الصلاة والسلام على النبي

المختار يفتح الله عليكم ابواب رحمته

ويشرح صدوركم ويزيل همومكم ويرفع

مقامكم إلى الدرجات العلى والمنازل

الشريفة

المتتاليات العددية

دير هذو العفايس في راسك عزيزي

المتتالية اكرسائية

$$v_5 = v_2 + 3r$$

$$(5 - 2) = 3$$

إذن القان — ون

$$v_n = v_p + (n - p)r$$

المتتالية الهندسية

$$v_5 = v_2 \cdot q^3$$

$$(5 - 2) = 3$$

إذن القان — ون

$$v_n = v_p \cdot q^{n-p}$$

$$v_1 + v_3 = 2v_2$$

إذا كانت عندك

تملت معادلتين عوضها

في معادلتك اجمع

$$v_1 \cdot v_3 = v_2^2$$

إذا كانت عندك

تملت معادلتين عوضها

في معادلتك الضرب

المجموع

$$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$$

عدد اكدود $n - 0 + 1 = n + 1$

$$S_n = \frac{\text{عدد الحدود}}{2} (v_0 + v_n)$$

$$S_n = v_0 \frac{q^{\text{عدد الحدود}} - 1}{q - 1}$$

$$S_n = \frac{n+1}{2} (v_0 + v_n)$$

$$S_n = v_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

1. البرهان بالتراجع:

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$$

برهن بالتراجع ان $u_n > 2$

اولا نثبت صحة الشرط الابتدائي $u_0 = 3$ ولدينا

$3 > 2$ ومنه محقق إذن صحبة

ثانيا نرض ان $u_n > 2$ ونبرهن صحة u_{n+1}

اي نبره ————— ن ان $u_{n+1} > 2$

نديرو عقسفة تناع اكره ننتلق من $u_n > 2$

نضرب الطرفين في $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}u_n > \frac{1}{2} \cdot 2$

نضيف لطرفين $1 + 1 \dots \dots 1$ $\frac{1}{2}u_n + 1 > 1 + 1$

إذن تصبح $u_{n+1} > 2$ ومنه صحبة

إذن $u_n > 2$ صحبة مهما يكن n طبيعي

ملحوظة:

كل استنتاج يأتي بعد البرهان بالتراجع نقول بلي

(u_n) محدودة من الأسفل او الأعلى شوفة كيفاه

$u_n > 2$ هنا نقول محدودة من الأسفل بـ 2

$u_n < 2$ هنا نقول محدودة من الأعلى بـ 2

2. اتجاه التغير:

متناقص $u_{n+1} - u_n < 0$

متزايدة $u_{n+1} - u_n > 0$

مثال السابق:

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}u_n + 1 - u_n$$

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}u_n + 1$$

نخرج $-\frac{1}{2}$ ————— املا مشتركاً فيصبح الفرق

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}(u_n - 2)$$

شوفة نديرو اكره ونعرفوه موجب او سالب

نقولو لدينا $u_n > 2$

نضيف العدد -2 لطرفي ————— ن

$$u_n - 2 > 0$$

نضرب في العدد $-\frac{1}{2}$ وراله عارف يتغير الاتجاه

$$-\frac{1}{2}(u_n - 2) < 0$$

إذن $u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه (u_n) متناقص

3. التفاضل الرابع:

1. إذا لقيت (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل نقول أن (u_n) متقاربة
2. إذا لقيت (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى نقول أن (u_n) متقاربة
3. النهاية: روج لعبارة أكد العام

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = L$$

u_n هي عبارة أكد العام
عكس ال L : روج للعبارة التراجعية

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = L$$

مثال السابق: نحسب النهاية L

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = L$$

بأن لدينا نفس النهاية روجو نديرو عكس ال L

$$L = \frac{1}{2}L + 1$$

$$L - \frac{1}{2}L = 1$$

$$L = 2 \quad \frac{1}{2}L = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$$

وهو العدد لي تلفاه في البرهان بالتراجع

ملاحظة:

كل استنتاج يجي بعد حساب نهاية عبارة
أكد العام يقصد به التفاضل الرابع

4. المتتالية الثابتة:

$$u_0 = u_1 = u_2 = \dots = u_n = u_{n+1}$$

أي أن:

$$u_{n+1} - u_n = 0$$

5. كيفية إثبات متتالية هندسية:

$$v_{n+1} = v_n \cdot q$$

ننطلق من v_{n+1} لنصل الى $v_n \cdot q$ وفي هذه الحالة

نقول أن (v_n) هندسية وأساسها q

مثال 1: اثبت $v_n = e^{2n+1}$ هندسية

نضع في بلاصت n نضع $n+1$ فنصبح

$$v_{n+1} = e^{2(n+1)+1}$$

$$v_{n+1} = e^{2n+2+1}$$

نحافظ على $2n+1$ والعدد 2 أجدد نخرجوه

$$v_{n+1} = e^2 \cdot e^{2n+1} = e^2 \cdot v_n$$

ومن هنا هندسية وأساسها e^2

مثال 2: شوف شكل آخر في إثبات الهندسية

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2 \end{cases}$$

اثبت أن $v_n = u_n - 6$ متتالية هندسية

تقدر تعرف الأساس قبل ماتبدأ تبرهن وهو العدد

لي مضروب في u_n اللي هو $\frac{2}{3}$ عليها بينا اتنا

نفس الطريقة ننطلق من v_{n+1} لنصل $v_n \cdot q$

$$v_n = u_n - 6$$

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 6$$

نعوض u_{n+1} بقيمتها فيكون عندنا

$$v_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2 - 6 = \frac{2}{3}u_n - 4$$

نخرج $\frac{2}{3}$ عـ املا مشتركاً فيصبح لدينا

$$v_{n+1} = \frac{2}{3}(u_n - 6)$$

$$v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$$

إذن هندسية أساسها $\frac{2}{3}$

وتقدر دير الطريقة نتاع القسمة $q = \frac{v_{n+1}}{v_n}$

دير راسك أنك حر دير الطريقة لي تعجبك

6. كيفية إثبات متتالية حسابية:

$$v_{n+1} - v_n = r$$

مثال: اثبت $v_n = 2n + 1$ حسابية

حسب v_{n+1} وندير الفرق بينها وبين v_n إذن

$$v_{n+1} = 2(n+1) + 1 = 2n + 3$$

نطبق القانون

$$v_{n+1} - v_n = 2n + 3 - (2n + 1)$$

$$v_{n+1} - v_n = 3 - 1 = 2$$

ومن هنا حسابية أساسها 2

7. عكسة أجمالية:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 + v_3 = k & \dots \dots (1) \\ v_1 \times v_2 \times v_3 = k' & \dots \dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 + v_2 + v_3 = k & \dots \dots (1) \\ v_1 \times v_2 \times v_3 = k' & \dots \dots (2) \end{cases}$$

1. إذا كانت المتتالية هندسية:

$$\text{الوسط الهندسي: } v_1 \times v_3 = v_2^2$$

عوضها في المعادلة (2) نتاج الضرب تلقى v_2

$$v_1 \times v_2 \times v_3 = v_2 \times v_2^2 = k'$$

$$v_2 = \sqrt[3]{k'} \quad \text{ح } v_2^3 = k'$$

بাহ حسب الأساس q :

نكتب v_1 و v_3 بدلالة v_2

$$v_3 = v_2 q^{3-2} = v_2 q^1$$

$$v_1 = v_2 q^{1-2} = v_2 q^{-1} = \frac{v_2}{q}$$

نعوض قيمة كل من v_1 و v_3 بدلالة v_2 و q في

المعادلة (1) و بمان v_2 عندك قيمتها يبقى

المجهول هو q بعد التعويض نيك معادلة من

$$\text{الدرجة الثانية } aq^2 + bq + c = 0$$

بعد ما تفتحها بالميز يكون زوج قيم لـ q

عذ الأساس q :

1. إذا فالك متناقصة $0 < q < 1$ الأساس

$$\dots \dots \dots \frac{3}{4} \text{ او } \frac{1}{4} \text{ او } \frac{1}{2} \text{ او } \frac{2}{3}$$

2. إذا فالك متزايدة $q > 1$ الأساس

$$\dots \dots \dots \frac{4}{3} \text{ او } \frac{3}{2} \text{ او } 3 \text{ او } 2 \text{ او } 3 \dots \dots \dots$$

ب. إذا كانت المتتالية حسابية:

$$\text{الوسط حسابي: } v_1 + v_3 = 2v_2$$

عوضها في المعادلة (1) نتاج أجمع تلقى v_2

$$v_1 + v_2 + v_3 = v_2 + 2v_2 = k$$

$$3v_2 = k \quad \text{ح } v_2 = \frac{k}{3}$$

باه حسب الأساس r :

نكتب v_1 و v_3 بدلالة v_2

$$v_3 = v_2 + (3-2)r = v_2 + r$$

$$v_1 = v_2 + (1-2)r = v_2 - r$$

نعوض قيمة كل من v_1 و v_3 بدلالة v_2 و r

في المعادلة (2) و بمان v_2 عندك قيمتها يبقى

المجهول هو r بعد التعويض نيك معادلة من

$$\text{الدرجة الثانية } ar^2 + br + c = 0$$

بعد ما تفتحها بالميز يكون زوج قيم لـ r

عذ الأساس r :

1. إذا فالك متناقصة $r < 0$ السالب

$$\dots \dots \dots \frac{-5}{4} \text{ او } \frac{-1}{4} \text{ او } -3 \text{ او } -2 \dots \dots \dots$$

2. إذا فالك متزايدة $r > 0$ الموجب

$$\dots \dots \dots \frac{5}{4} \text{ او } \frac{1}{4} \text{ او } 3 \text{ او } 2 \dots \dots \dots$$

..... نتمنى إن شاء الله فهموني.....

8. متاليتان متجاورتان:

نقول على أن (v_n) و (u_n) متاليتان متجاورتان

إذا كانت إحداها متزايدة والأخرى متناقصة

وكلهما نفس النهاية يعني

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

$$\text{أي } \lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n) = 0$$

9. عفايس المجهوع:

$$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$$

(v_n) متتاليته هندسيه طبق قانون المجموع

$$S_n = v_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

إذا كانت: لتكن المتتاليه (u_n) المعرفه بالعباره

$$u_n = v_n + 3$$

نحسب المجموع S_n' بدلاله n

$$S_n' = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

بأن $u_n = v_n + 3$

$$S_n' = S_n + 3(n+1)$$

عدد اكدور

إذا كانت: ليكن المجموع k_n حيث (v_n) هندسيه

$$k_n = v_0^2 + v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2$$

قم بتربيع اكد الاول والاساس وطبق نفس القانون

$$k_n = v_0^2 \frac{q^{2(n+1)} - 1}{q^2 - 1}$$

نفس الشئ بالنسبه للمجموع L_n و

$$L_n = v_0^3 + v_1^3 + v_2^3 + \dots + v_n^3$$

قم بتكعب اكد الاول والاساس

$$L_n = v_0^3 \frac{q^{3(n+1)} - 1}{q^3 - 1}$$

نفس الشئ بالنسبه للمجموع T_n و

$$T_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \dots + \frac{1}{v_n}$$

قم بقلب اكد الاول والاساس

$$T_n = \frac{1}{v_0} \cdot \frac{\left(\frac{1}{q}\right)^{n+1} - 1}{\frac{1}{q} - 1}$$

.....

النجاح

1. تريد ان تكون مبدعاً في هذه اكلية؟؟ اول

خطوة هي الاحتكاك بالناجحين و استمع

لافكارهم و حاولهم هذه اول خطوة للنجاح

2. بعضنا ينجح بذكائه وبعضنا ينجح بغباء

الآخرين

3. إذا عرفنا كيف فشلنا نفهم كيف ننجح

4. إن النجاح لا يحتاج إلى اقدام بل إلى إقدام

5. المطايرة و النجاح توامان الأولى مسالت

نوعيه و الثاني مسالت وقت

6. النجاح هو الانتقال من فشل إلى فشل دون

ان نفقد الأمل

7. أخوف من أي محاوله جديده طريق ختمي

للفشل

8. عليك ان تتعلم قواعد اللعبه اولاً ، ثم

عليك ان تتعلم كيف تلعب افضل من

الآخرين

9. فشل من حولك لا يعني بالضرورة فشلك ،

لكن لا تتوقع منهم مساعدتك على النجاح

10. من الملاحظ ان الناجح هو من احسن

استغلال الوقت ، في حين ضيعه غيره

11. الناجحون يقدررون على النجاح لأنهم

يعتقدون انهم يقدررون

12. اعزم وكذ فإن مضيت فلا تقف ...

واصبر وثابر فالنجاح محقق إن شاء الله

بطريقة اخرى كحساب $P(A \cap B)$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{4}{9} + \frac{3}{9} - \frac{7}{9} = \frac{6}{9} - \frac{6}{9} = \frac{1}{9}$$

كوايج لي لازم تعرفه

العاملية والترتيبات والتبديلات والقائمة والتوفيق

1. العاملية:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \dots \times n$$

مثال احسب عاملية 5!

$$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

$$0! = 1 \text{ و } 1! = 1 \text{ متنساش}$$

2. الترتيبات:

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

مثلا باه نحسبو A_5^2

$$A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{120}{6} = 20$$

متنساش

$$A_1^1 = 1 \text{ و } A_1^0 = 1$$

3. التوفيقات:

وقت كيفاه نحسبو توتو

$$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

مثلا باه نحسبو C_5^2

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{120}{24} = 5$$

متنساش

$$C_n^1 = n \text{ و } C_n^n = C_n^0 = 1$$

4. التبديلات:

$$A_n^n = n! \text{ هذا هو القانون}$$

5. القائمة:

$$n^p \text{ هذا هو القانون}$$

الاحتمالات

كبي يعطيك مجموعتين وبفلك w هي المجموعة الكلية و A هي المجموعة الجزئية و تمثل الأعداد الزوجية و B هي مجموعة جزئية من w

$$w = \{1.2.3.4.5.6.7.8.9\}$$

$$A = \{2.4.6.8\}$$

$$B = \{7.8.9\}$$

احسب الاحتمالات التالية: $P(A)$ و $P(B)$ و

$$P(A \cap B) \text{ و } P(A \cup B) \text{ و } \overline{P(A)}$$

$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } w} = \frac{4}{9}$$

$$P(B) = \frac{\text{عدد عناصر } B}{\text{عدد عناصر } w} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$\overline{P(A)}$ يمثل الاحتمال العكسي لـ $P(A)$

$$\overline{P(A)} = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

بطريقة اخرى يعني مجموعة \bar{A} هي عكس الأعداد الزوجية وهي الأعداد الفردية $\bar{A} = \{1.3.5.7.9\}$

$$\overline{P(A)} = \frac{\text{عدد عناصر } \bar{A}}{\text{عدد عناصر } w} = \frac{5}{9}$$

نروحو نحسبو المجموعتين $A \cap B$ و $A \cup B$

$$A \cap B = \{8\}$$

$$A \cup B = \{2.4.6.8.7.9\}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\text{عدد عناصر } A \cap B}{\text{عدد عناصر } w} = \frac{1}{9}$$

$$P(A \cup B) = \frac{\text{عدد عناصر } A \cup B}{\text{عدد عناصر } w} = \frac{6}{9}$$

الامل الرياضي هو تخرج كل حالة من الحالات لي حسبتهم من قانون الاحتمال في المتغير X ناعها

$$\sum_{i=0}^{i=3} X_i P_i = 0P(0) + 1P(1) + 2P(2) + 3P(3)$$

$$= 0 \frac{35}{220} + 1 \frac{105}{220} + 2 \frac{70}{220} + 3 \frac{10}{220}$$

$$= \frac{0}{220} + \frac{105}{220} + \frac{140}{220} + \frac{30}{220} = \frac{275}{220}$$

9. تمرين ثاني ايسط من الاول :

صندوق به 12 كرت 5 حمراء و 3 صفراء و 4 سوداء
نسحب 3 كرات على التوالي بدون ارجاع

- ماهو عدد السحبات الممكنة
- ماهو احتمال ظهور 3 كرات حمراء فقط
- ماهو احتمال ظهور كرت سوداء على الأقل
- ماهو احتمال ظهور كرتين صفراء على الاكثر

الإجابة

نفس الخدمة نتاع مقبيل غير نخدمو بالترتيب

عدد السحبات الممكنة $A_{12}^3 = 1320$

$$P(A) = \frac{A_5^3}{220} = \frac{60}{1320}$$

$$A(B) = \frac{A_4^1 A_8^2 + A_4^2 A_8^1 + A_4^3 A_8^0}{1320} = \frac{344}{1320}$$

$$A(C) = \frac{A_3^2 A_9^1 + A_3^1 A_9^2 + A_3^0 A_9^3}{220} = \frac{774}{1320}$$

إن أصبت فممن الله

و إن أخطأت فمن نفسي والشيطان

ناجحون بإذن الله

$C_4^1 C_8^2$ يعني واحدة سوداء وكرتين ناعزو زوج

$C_4^2 C_8^1$ يعني زوج سوداء وكرتين ناعزو وحدة

$C_4^3 C_8^0$ ثلاث سوداء وكرتين ماناعزو والو

$$P(B) = \frac{C_4^1 C_8^2 + C_4^2 C_8^1 + C_4^3 C_8^0}{220} = \frac{164}{220}$$

- احتمال كرتين صفراء على الاكثر
يعني يا زوج يا وحدة يا مكانش نفس الخدمة

$$P(C) = \frac{C_3^2 C_9^1 + C_3^1 C_9^2 + C_3^0 C_9^3}{220} = \frac{219}{220}$$

- ماهو احتمال ظهور كرتين حمراء وكرت سوداء

$$P(D) = \frac{C_5^2 C_4^1}{220} = \frac{40}{220}$$

قيم X الممكنة $X = \{0.1.2.3\}$

قانون الاحتمال هو تخرج كل حالة ونقسمها على الحالات الممكنة

$$P(x=0) = \frac{C_5^0 C_7^3}{220} = \frac{1 \times 35}{220} = \frac{35}{220}$$

$$P(x=1) = \frac{C_5^1 C_7^2}{220} = \frac{5 \times 21}{220} = \frac{105}{220}$$

$$P(x=2) = \frac{C_5^2 C_7^1}{220} = \frac{10 \times 7}{220} = \frac{70}{220}$$

$$P(x=3) = \frac{C_5^3 C_7^0}{220} = \frac{10 \times 1}{220} = \frac{10}{220}$$

باه نتحقق من حساباتك صححت قانون الاحتمال

كي نجمعهم كل الناتج يطلع 1 هيا نجربو وربيع يسر

$$\frac{35}{220} + \frac{105}{220} + \frac{70}{220} + \frac{10}{220} = \frac{220}{220} = 1$$

رَعَاءُ بَدَايَةِ الْمَذَاكِرَةِ

اللهم اني اسالك فهدم النبیین ، وحفظ الملائكة المقربين ، وان تجعل لساني عامراً بذكرك ، وقلبي بخشيتك ، وبدني بطاعتك فانك حسبي ونعم الوكيل

رَعَاءُ النِّهَايَةِ مِنَ الْمَذَاكِرَةِ

اللهم اني استودعتك علمي هذا امانت عندك على ان ترده إلي وقت حاجتي اليه .

رَعَاءُ دُخُولِ كِنْتِ الْإِخْتِبَارِ أَوْ الْإِمْتِحَانِ

اللهم اني توكلت عليك ، واسلمت أمري إليك ، لا ملجأ منك إلا إليك ربي ادخلني مدخل صدق واخرجني مخرج صدق واجعل لي من لدنك سلطاناً نصيراً .

رَعَاءُ عِنْدَ الْإِجَابَةِ عَنِ الْإِمْتِحَانِ

اللهم لا سهل إلا ما جعلته سهلاً ، وانت تجعل الحزن إن شئت سهلاً .
اللهم رد لي ما استودعته امانت عندك

رَعَاءُ عِنْدَ التَّفَكِيرِ أَوْ النِّسْيَانِ

لا إله إلا أنت سبحانك اني كنت من الظالمين يا حي يا قيوم برحمتك استغيث
ربي يسر ولا تعسر .

رَعَاءُ الْإِنْتِهَاءِ مِنَ الْإِمْتِحَانِ

أحمد لله الذي هدانا لهذا وما كنا لنهتدي لولا ان هدانا الله .

رَعَاءُ الْكِفْظِ

اللهم يا معلم إبراهيم علمني ، ويا مفهم سليمان فهدمني ،
ويا مصبر أيوب صبرني ، ويا مؤتي لقمان الحكمة أتني الحكمة وفصل الخطاب
اللهم علمني ما ينفعني وانفعني بما علمتني .

رَعَاءُ الْفَهْمِ

سبحان الله ، وأحمد لله ، ولا إله إلا الله ، والله أكبر ولا حول ولا قوة إلا بالله
العلي العظيم حسبي الله لا إله إلا هو عليه توكلت وهو رب العرش العظيم

آخر كلامي

لست الأفضل ولكن لي

أسلوبى •• سأظل دائماً

أقبل رأي الناقد وامتنعكم ••

فالأول يصح مساري والثاني

يزيد من إصراري •••••

لا تنسونا بخالص دعائكم